Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Devoir de Rattrapage
Systèmes linéaires échantillonnés

Section : GEA
Niveau : Première année
Date : 11 Juin 2012
Durée : 2 H
Enseignants : S. Najar & M. Amairi

L'ensemble mécanique de la figure 1 est formé d'une masse M suspendue à un ressort de raideur k et un frottement de coefficient B. Lorsque une force F externe dirigée vers le bas est appliquée à la masse, celle-ci subit un déplacement x vertical vers le bas qui peut être oscillatoire suivant les valeurs de M, B et k. On désire asservir le déplacement x de M à une consigne en déplacement $x_{c(t)}$ donnée et considérée ici simplement indicielle à **partir de la position d'équilibre.** On veut minimiser par la commande à adopter le caractère oscillatoire de ce système.

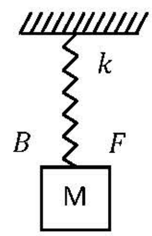

Figure 1

I- Etude du système

La réponse indicielle naturelle de ce système c'est-à-dire le déplacement $x(t)$ lorsqu'on applique à une force verticale unitaire est celui de la figure 2 dont on suppose de second ordre.

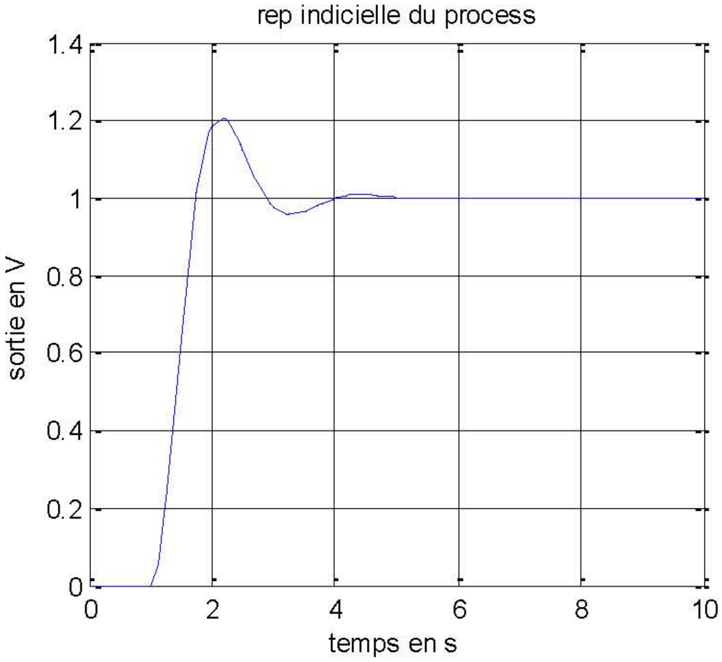

Figure 2

a) Déterminer son amortissement ξ et sa pulsation propre non amortie w_0.
b) En écrivant la relation fondamentale de la dynamique, donner l'équation différentielle qui décrit le mouvement de la masse $x(t)$ sous l'effet de la force extérieur $F(t)$ (départ position d'équilibre)
c) Montrer que la fonction de transfert du système est alors

$$H(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{M}{k}p^2 + \frac{B}{k}p + 1}$$

d) Déterminer k sans tenir compte de son unité. On donne en plus $M/k = 0.105$ et $B/k = 0.29$; vérifier approximativement ces deux dernières valeurs.

II- Réalisation de la commande

1) On adopte une configuration de commande numérique-numérique. Rappeler son schéma et ses propriétés.
2) Tenant compte du DAC, de l'ADC et de $H(p)$ le procédé numérique équivalent est

$$H(z) = \frac{0.155z^{-1} + 0.129z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

a) Déterminer a_1 et a_2.

Le régulateur adopté pour la correction est un PID numérique de la forme

$$C(z) = \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})} = \frac{r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 + s_1 z^{-1})}$$

On fait la synthèse de ce correcteur de manière à donner au système en boucle fermée l'équation caractéristique discrète venant d'un comportement d'un système continu de pulsation $w_{n_{bf}} = 3rad/s$ et un $\xi_{bf} = 0.85$.

b) Déterminer cette équation caractéristique désirée $P(z) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}$

c) Faites le calcul littéraire qui permet de postuler l'équation vecto-matricielle menant à la détermination de r_0, r_1, r_2, s_1 en fonction de a_2, b_1, b_2, p_1, p_2.

3) On suppose maintenant que l'équation matricielle est inversée et les polynômes R et S sont trouvés. On effectue alors l'asservissement et on trouve pour une consigne x_c indicielle unitaire la courbe de sortie de la figure 3-a et la courbe de commande de la figure 3-b

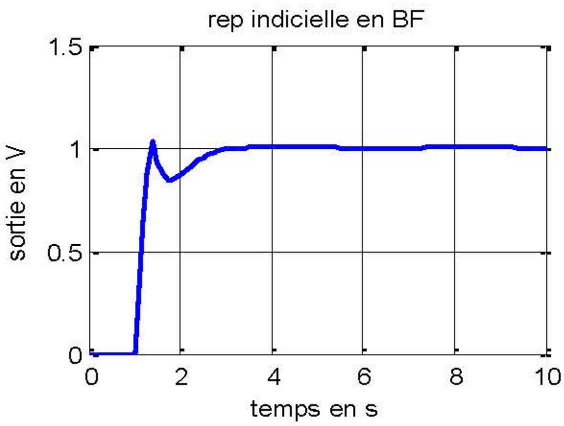

Figure 3- a sortie

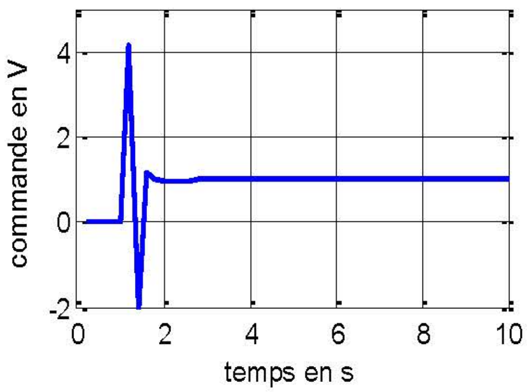

Figure 3-b commande

Pour améliorer la réponse de la boucle on essaye d'éliminer la présence des zéros du polynôme R dans la réponse en BF. On déplace alors R de la chaine directe vers la chaine de retour et on affecte la consigne de la somme $(r_0 + r_1 + r_2)$. La nouvelle sortie et la nouvelle commande deviennent :

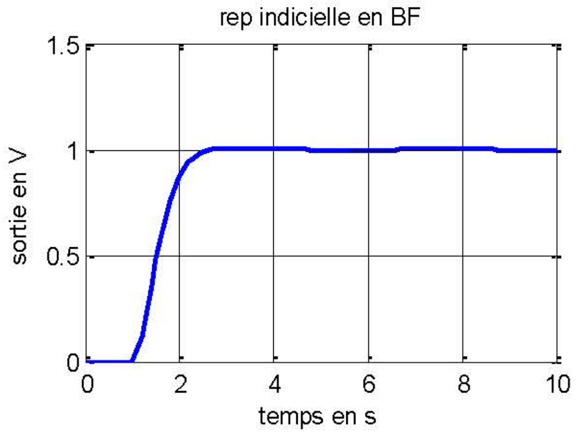

Figure 4- a sortie

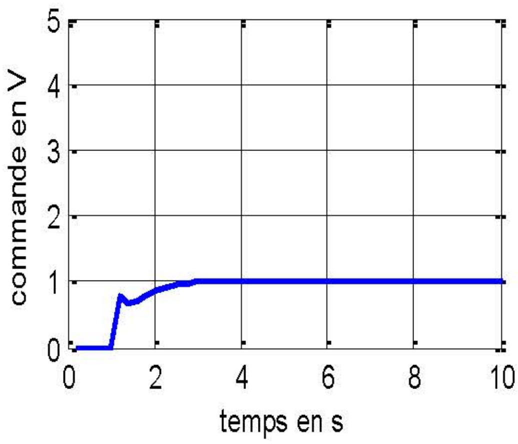

figure 4-b commande

Quelle avantage a t'on obtenu aussi bien sur les signaux de sortie que de commande ?