Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès

Devoir de Synthèse
<u>Systèmes linéaires échantillonnés</u>

Section : GEA
Niveau : Première année
Date : 17 Mai 2012
Durée : 2 H
Enseignants : S. Najar & M. Amairi

Question de cours

Quelle est la différence entre une configuration de commande analogique-numérique et une configuration de commande numérique-numérique ?

La différence entre une configuration de commande analogique-numérique et une configuration de commande numérique-numérique consiste essentiellement dans :

- *Le procédé dans la configuration analogique-numérique est continu ainsi que l'ensemble (CAN-correcteur numérique-CNA) alors que dans la configuration numérique-numérique le correcteur est numérique de même que l'ensemble (CNA-Procédé-CNA).*
- *La synthèse du correcteur numérique diffère d'une configuration à l'autre. En effet, pour synthétiser un correcteur pour la configuration analogique-numérique, il faut passer par une synthèse continue (en utilisant les outils des systèmes linéaires continus) puis échantillonner le correcteur continu pour avoir la correcteur numérique correspondant. Pour la configuration numérique-numérique la synthèse se fait purement en discret (en utilisant les méthodes des systèmes linéaires échantillonnés).*
- *Pour que le correcteur numérique issu de la discrétisation du correcteur analogique (dans le cas d'une configuration analogique-numérique) donne de bonnes résultats, il faut que la période d'échantillonnage soit assez faible.*

Problème

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Première partie

1) Que représente la figure 1 ? Redessiner la et compléter les cases et les formes d'ondes de signaux.

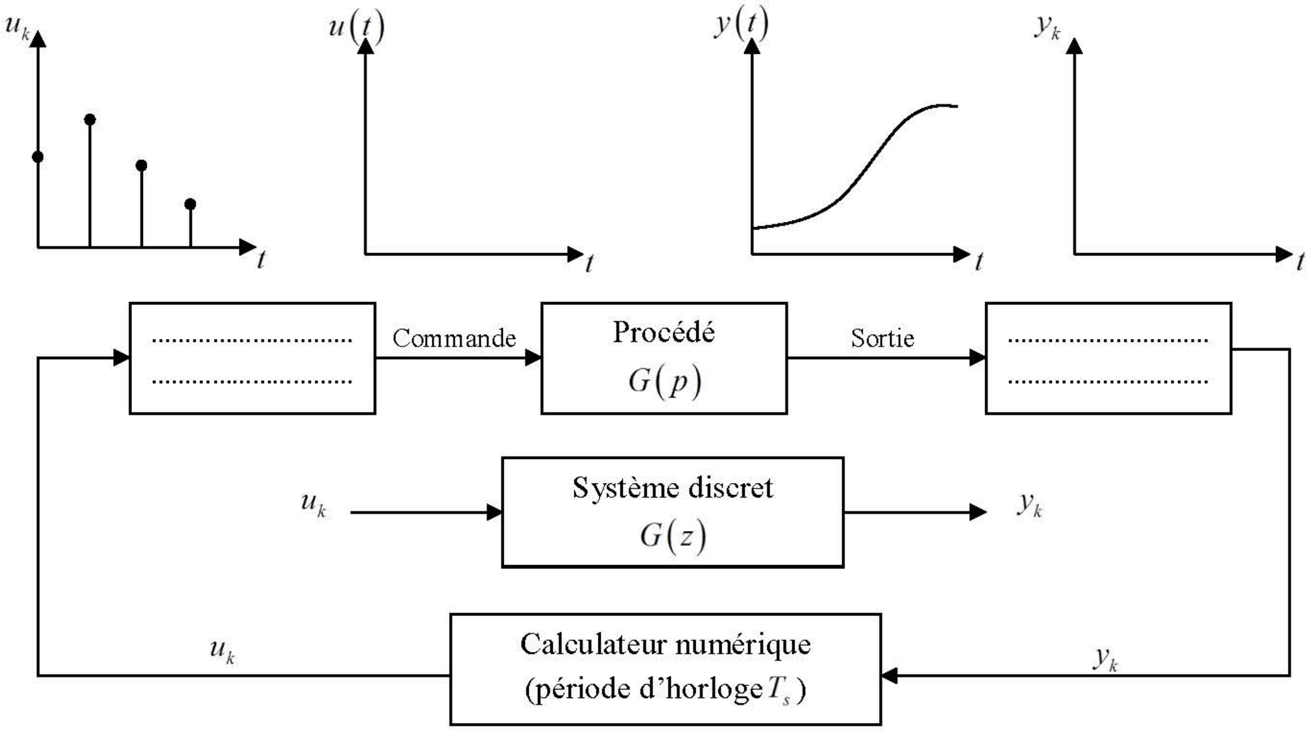


Figure 1

Le schéma représente une configuration numérique-numérique. Le bloc en amont du procédé est le convertisseur numérique-analogique (CNA) alors que le bloc en aval du procédé est celui d'un convertisseur analogique-numérique (CAN). Le signal u(t) est la sortie d'un bloqueur d'ordre 0 (CNA). yk est le signal échantillonné de y(t).

2) A l'instant $t = 0s$ le procédé est excité par un échelon unitaire. La sortie est représentée sur la figure 2. Calculer la fonction de transfert du procédé $G(p)$.

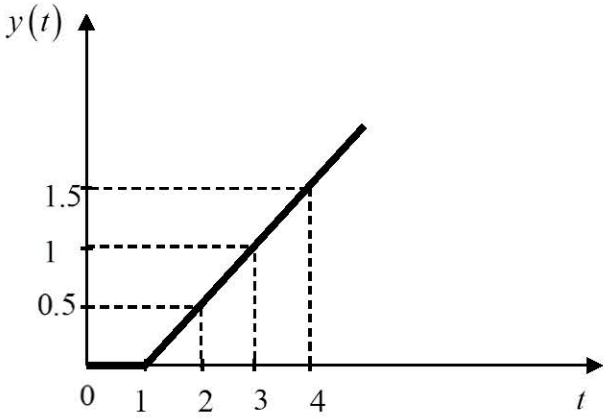


Figure 2

La sortie du système présente un retard de 1s. La pente de la sortie est de 0.5. L'équation de la sortie est alors $y(t+1) = 0.5t$. *La transformée de la place de y(t) est* $Y(p) = \frac{0.5}{p^2}e^{-p}$. *La fonction de transfert du système est alors* $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{0.5}{p}e^{-p}$.

3) Sachant que la période d'échantillonnage est fixé à $T_s = 1s$, calculer $G(z)$.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour calculer G(z). Ici le théorème des résidus est utilisé. $G(z) = Z\left(B_0(p)G(p)\right) = (1-z^{-1})Z\left(\frac{G(p)}{p}\right) = (1-z^{-1})Z(\frac{0.5z^{-1}}{p^2})$

$$G(z) = 0.5\,z^{-1}(1-z^{-1})Z\left(\frac{1}{p^2}\right) = \frac{0.5\,z^{-1}(1-z^{-1})Tsz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{0.5z^{-2}}{1-z^{-1}} = \frac{0.5}{z(z-1)}$$

4) Tracer le lieu des racines du système et déduire la valeur de k limite de stabilité.

Règle 1 : Il y a une deux branches

Règle 2 : Il y a deux points de départ : z=0 et z=1

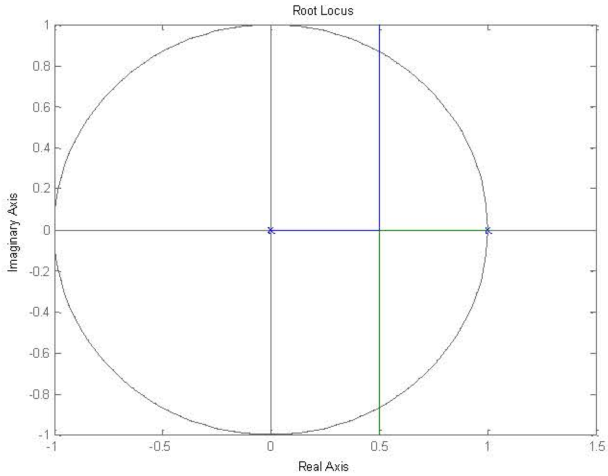
Règle 3 : Aucun point d'arrivée

Règle 4 : Il y a deux branches asymptotiques d'angles : $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ *et* $\theta_2 = \frac{3\pi}{2}$

Règle 5 : les points de séparations sont calculés tel que $\frac{dF(z)}{dz} = 0$ *où* $F(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)}$.

Le calcul revient à déterminer les solutions de $Den'\left(G(z)\right)Num\left(G(z)\right) + Num'\left(G(z)\right)Den\left(G(z)\right) = 0$ *càd* $0.5(2z-1) = 0$. *D'où z=0.5.*

Le traçage est maintenant facile comme le montre la figure suivante :



Pour calculer k il faut déterminer les équations du lieu.

$$E(z) = Den\big(G(z)\big) + KNum(G(z) = z^2 - z + 0.5K = 0$$

Avec $z = x + iy$ *on a* $E(z) = x^2 - y^2 + 2ixy - x - iy + 0.5K = 0$

Les équations sont :

$$x^2 - y^2 - x + 0.5K = 0$$

$$2xy - y = 0 \rightarrow y(2x - 1) = 0 \rightarrow y = 0 \text{ où } x = 0.5$$

Le gain k est déterminé à partir du système suivant :

$x^2 + y^2 = 1$ *(Équation du cercle unité)*

$$x = 0.5 \rightarrow y = 1 - x^2 = 0.866 \rightarrow 0.25 - 0.75 - 0.5 + 0.5K = 0 \rightarrow K = 2$$

5) Vérifier la valeur de k par le critère de Jury.

Deuxième partie

Le procédé précédent a subit une transformation de sorte qu'une partie de sa fonction de transfert change pour donner un nouveau transfert $H(p)$ tel que

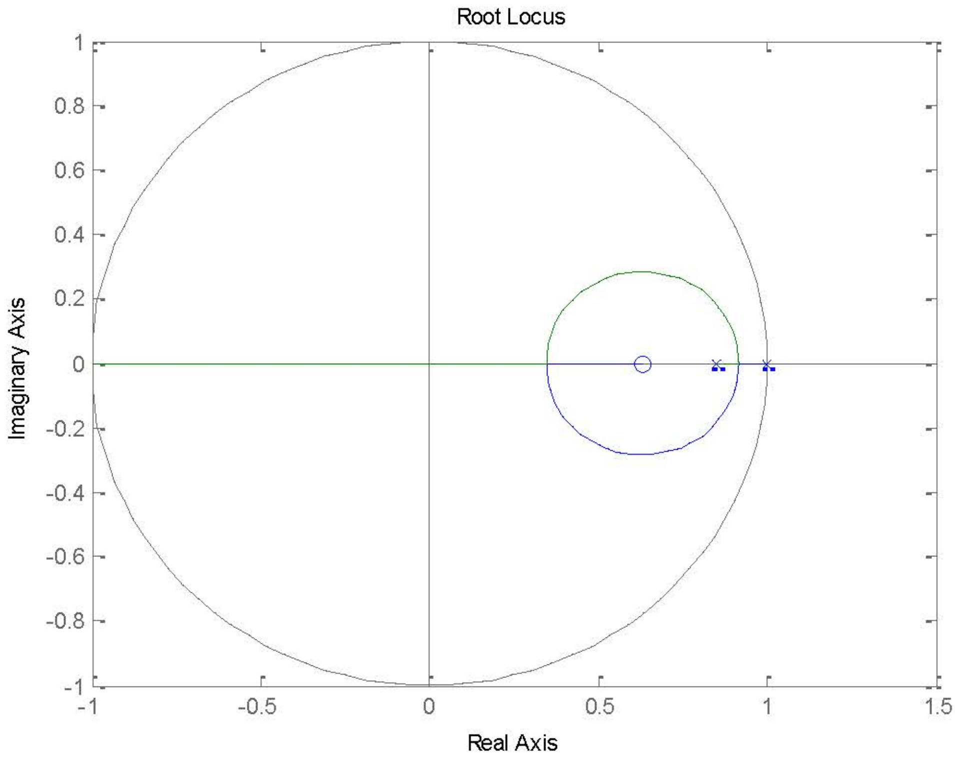
$$H(p) = \frac{0.5(0.44p + 0.2)}{p(p + 0.16)}$$

On désire le commander conformément au schéma de la figure (1) par un correcteur numérique de Zdan.

6) Avec une période d'échantillonnage $T_s = 1s$, déterminer la fonction de transfert $H(z)$ et montrer qu'elle se ramène à

$$H(z) = \frac{0.25z^{-1}\left(1 - 0.63z^{-1}\right)}{\left(1 - z^{-1}\right)\left(1 - 0.85z^{-1}\right)}$$

7) Tracer le lieu des racines quand on boucle par un gain unitaire. Déterminer la valeur de k limite de stabilité.



8) Vérifier la valeur de k par le critère de Jury.

9) Les performances désirées de la correction par Zdan sont : une erreur en vitesse nulle et un comportement en boucle fermée proche de celui d'un second ordre de $\xi = 1$ et $\omega_n = 0.4 rd/s$.

   a. Déterminer l'équation caractéristique désirée.

   b. Calculer les paramètres du correcteur de ZDAN qui satisfait ces performances.

Bonne chance